

3차 회선 보간 기법에서 사용되는 보간 커널의 최적화 알고리즘

박대현^o 유재욱 김윤
강원대학교 컴퓨터정보통신공학과

{dhpark509^o, wodnrrns, yooni}@kangwon.ac.kr

An Optimization Algorithm of Interpolation Kernel on Cubic Convolution

Dae-Hyun Park^o Jae-Wook Yoo Yoon Kim
Dept. of Computer and Communications Engineering,
Kangwon National University

요 약

본 논문에서는 영상의 해상도를 변환할 때 사용되는 3차 회선 보간 기법의 보간 커널을 최적화하는 알고리즘을 제안한다. 제안된 알고리즘을 적용한 3차 회선 보간 기법으로 변환과정을 통해 주어진 영상 신호를 같은 해상도의 영상 신호로 변환한다. 두 영상의 차이를 최소로 만드는 보간 커널은 최적화되고, 3차 회선 보간 기법의 성능을 향상시킨다. 본 논문에서 제안한 알고리즘을 알려진 여러 영상으로 기존에 존재하던 보간 기법들과 비교하는 실험을 하고, 도출된 실험 결과를 객관적인 지표로 제시하여 우수함을 입증한다.

1. 서 론

영상 보간은 이산 신호의 샘플들로부터 공간적으로 연속적인 신호를 정의하는 기술이다. 보간은 많은 디지털 영상 처리 응용, 특히 영상 리샘플링(resampling)이 요구되는 연산에 사용되고, 스케일링(scaling), 워핑(warping), 기하학적 영상 왜곡의 보정 등에 사용된다[1].

일반적인 보간은 주어진 데이터를 연속적인 모델로 설정하고, 각각의 신호에 대해 새로운 일정한 간격으로 보간 함수를 적용하여 리샘플링을 하는 것이다. 선형적이고 정지된 시스템의 이상적인 공간에서 최적의 보간 기법은 무한대의 대역폭을 가지는 신호를 완벽하게 복원할 수 있는 sinc 함수를 적용하는 것이다[2]. 그러나 sinc 함수는 무한대의 대역폭에 적용되어야 함으로 실제적인 기능을 구현하기가 불가능하여 근접하는 다른 방법들이 연구되어 왔

다. 일반적으로 보간 기법들이 적용된 영상은 거리에 대해 가중치가 적용된 보간 커널(kernel)과의 유사 회선 보간 기법(convolution interpolation)을 통해 보간된다[1, 2]. 기존에 존재하는 회선 방식(convolution method)을 사용하는 보간 기법들로는 인접 화소 보간(nearest neighbor), 양선형 보간(bilinear), 고등 차수 보간(bicubic)등의 선형(linear) 보간 기법과 b-스플라인 보간(b-spline), 3차 스플라인 보간(cubic spline)등의 스플라인(spline) 보간 기법 등이 있다[3, 4].

본 논문에서는 원 영상과의 왜곡된 값이 최소가 되는 최적화된 보간 커널을 3차 회선 보간 기법에 적용하는 알고리즘을 제안한다. 먼저, 주어진 원 영상 신호에 3차 회선 보간 기법을 적용하여 2번의 변환 과정을 통해 변환된 영상 신호와 원 영상 신호의 왜곡된 값이 최소가 되는 보간 커널을 구한다. 여기서 적용적으로 최적화된 보간 커널은 이웃한 화

소사이에는 상관관계(correlation)가 있다는 가정아래에 최종적인 결과 영상 신호의 보간에 사용된다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 이상적인 보간 커널과 3차 회선 보간 기법의 일반적인 사항에 대해 서술한다. 3장에서는 본 논문에서 제안한 최적화된 보간 커널을 사용하는 적응적 3차 회선 보간 기법에 대해 서술하고, 4장에서는 제안한 알고리즘을 기존의 보간 기법들을 대상으로 비교한 실험과 실험결과에 대해 설명한다. 그리고 최종적으로 5장에서는 결론을 맺는다.

2. 보간 기법의 일반적인 사항

주어진 이산 신호에 대해 연속 신호의 보간 커널을 사용하여 보간된 신호를 생성하는 일반적인 과정을 식으로 나타내면 아래와 같다.

$$\hat{f}(x) = \sum_k f(x_k) \beta(x - x_k). \quad (1)$$

이 식에서 $f(x)$ 는 주어진 이산 신호이고, $\hat{f}(x)$ 는 보간 커널이 적용되어 보간된 신호이다. $\beta(x - x_k)$ 는 보간 커널의 일반적인 표현이며, x 는 연속적인 값을 나타내고, x_k 는 일정한 간격의 이산적인 값을 나타낸다.

샤논(Shannon)의 표본화 이론에 의하면, 신호 $f(x)$ 의 대역폭이 구간 $(-\pi, +\pi)$ 이내로 제한된다면, $f(x)$ 의 보간 값인 $f(x_k)$ 으로부터 원 연속 신호를 완벽하게 복원할 수 있다. 이 과정은 다음과 같이 식 (2)로 표현된다[5].

$$\hat{f}(x) = \sum_k f(x_k) \text{sinc}(x - x_k). \quad (2)$$

$$\text{sinc}(x) = \frac{\sin \pi x}{\pi x}. \quad (3)$$

식 (2)는 이산 신호 $f(x)$ 를 이상적인 보간 커널로 보간하는 보간 기법을 표현한다. 이상적인 보간 커널인 $\text{sinc}()$ 를 적용한 식 (2)을 적용해 보간된 $\hat{f}(x)$ 는 원 영상 신호와 일치하는 값을 갖게 된다. 그러나 보간 커널의 범위가 무한대값을 갖기 때문에 실제적으로 정확

한 계산은 구현될 수 없다.

여러 보간 기법 중 하나로 계산량을 많이 필요로 하지 않아 복잡도면에서 유리한 간단한 1차 보간 기법인 양선형 보간 기법은 다음의 식 (5)와 같이 표현할 수 있다.

$$s = x - x_k, 1 - s = x_{k+1} - x, \\ (x_k \leq x \leq x_{k+1}, 0 < s \leq 1). \quad (4)$$

$$\hat{f}(x) = (1 - s)f(x_k) + sf(x_{k+1}). \quad (5)$$

이산 신호 $f(x)$ 에 대해 보간 기법을 적용하여 생성되는 $\hat{f}(x)$ 는 인접한 신호인 $f(x_k)$ 와 $f(x_{k+1})$ 에 대하여 거리 가중치가 곱해진 합으로 구해진다.

3차 보간 커널로 3차 회선 보간 기법의 보간 커널은 다음의 식 (6)으로 표현된다[5].

$$\beta(x) = \begin{cases} (\alpha + 2)|x|^3 - (\alpha + 3)|x|^2 + 1, & 0 < |x| \leq 1 \\ \alpha|x|^3 - 5\alpha|x|^2 + 8\alpha|x| - 4\alpha, & 1 < |x| \leq 2 \\ 0, & \text{elsewhere.} \end{cases} \quad (6)$$

위의 식 (6)을 보간 커널로 사용하고, 식 (4)의 거리 가중치 표현을 적용하여, 일반적인 과정인 (1)에 대입해서 정리하면 다음의 식 (7)로 표현된다[5].

$$\hat{f}(x) = f(x_{k-1})[\alpha s^3 - 2\alpha s^2 + \alpha s] \\ + f(x_k)[(\alpha + 2)s^3 - (\alpha + 3)s^2 + \alpha s] \\ + f(x_{k+1})[-(\alpha + 2)s^3 + (2\alpha + 3)s^2 - \alpha s] \\ + f(x_{k+2})[-\alpha s^3 + \alpha s^2]. \quad (7)$$

식 (7)의 α 는 보간 커널을 최적화하는데 중요한 역할을 하며 조절이 가능하다.

본 논문에서는 주어진 영상 신호 각각에 대해 변환 과정을 통해 생성된 영상 신호와 원 영상 신호 사이에 왜곡된 값이 최소가 되는 최적화된 보간 커널을 구성한다.

3. 보간 커널의 최적화 알고리즘

본 장에서는 영상의 해상도를 변환할 때 사용되는 3차 회선 보간 기법의 보간 커널을 최적화하여 우수한 화질의 해상도로 변환하는 알고리즘을 제안한다.

제안된 알고리즘은 주어진 영상으로 부터 3차 회선 보간 기법으로 변환 과정을 수행하여 보간 커널을 최적화하여 최종 결과 영상의 보간에 사용한다. 과정을 자세히 설명하면 다음과 같다. 먼저 주어진 낮은 해상도의 영상을 3차 회선 보간 기법으로 높은 해상도의 영상으로 변환한다. 변환된 영상 신호에서 변환과정으로 새로 생성된 영상 신호만으로 다시 3차 회선 보간 기법을 적용하여 앞선 변환과정과 동일한 해상도의 영상 신호로 변환한다. 여기서 생성된 신호는 보간 커널이 최적화된 매개변수 α 에 대한 함수이다. 따라서 α 에 대한 함수를 편미분으로 계산하고, 여기서 α 는 이웃한 화소사이에는 서로 상관관계가 있다는 가정아래에 보간될 이웃한 화소에 사용된다. 본 논문에서는 이와 같은 전체 과정을 그림 1과 같은 시스템으로 보간 커널을 최적화하여 사용한다.

그림 1의 시스템에서 는 주어진 낮은 해상도의 영상 신호들이고, $\hat{f}(x)$ 는 변환과정을 통해 보간된 영상 신호들이다. 위의 두 값은 앞서 유도한 식 (7)에 적용해 그 값을 구할 수 있다. 그리고 주어진 영상 신호와 왜곡된 값을 구할 때 참조하는 $g(x)$ 는 $\hat{f}(x)$ 의 신호를 입력으로 보간하여 다음 식 (8)과 같이 표현된다.

$$g(x) = \hat{f}(x_{k-1})[\alpha s^3 - 2\alpha s^2 + \alpha s] + \hat{f}(x_k)[(\alpha + 2)s^3 - (\alpha + 3)s^2 + \alpha s] + \hat{f}(x_{k+1})[-(\alpha + 2)s^3 + (2\alpha + 3)s^2 - \alpha s] + \hat{f}(x_{k+2})[-\alpha s^3 + \alpha s^2]. \quad (8)$$

식 (8)을 적용해 얻어진 영상 신호 $g(x)$ 는 초기에 주어진 $f(x)$ 가 변환과정에서 이상적인 보간 커널을 사용하였다면 두 신호는 일치해야 한다. 따라서 두 신호간의 왜곡을 최소로 만들어주는 보간 커널의 α 를 그림 2와 같은 과정을 통해 얻을 수 있다. 주어진 영상 신호

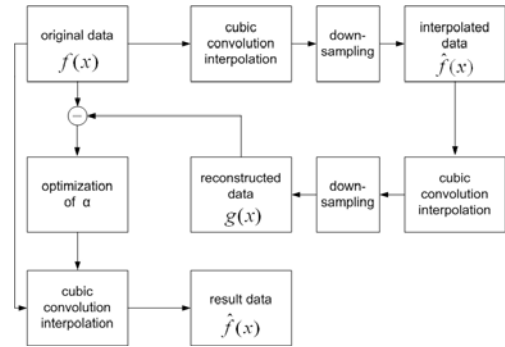


그림 1. 제안된 최적화 보간 시스템 블록 다이어그램.

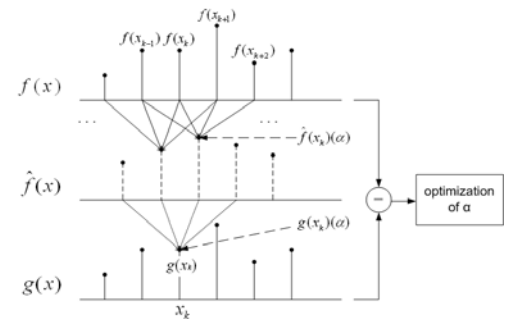


그림 2. 최적화된 α 를 구하는 과정.

인 $f(x)$ 와 변환 과정을 통해 구한 α 의 함수 형태를 가지는 $g(x)$ 사이 에 왜곡된 값은 다음 식 (9)로 표현된다.

$$E(\alpha) = [f(x_k) - g(x_k)]^2. \quad (9)$$

따라서 식 (9)의 $g(x)$ 에 의해 α 에 대한 함수로 $E(\alpha)$ 는 표현되며, 왜곡된 값을 최소로 하는 α 를 구하는 방법은 다음 식 (10)으로 표현된다.

$$\frac{\partial E(\alpha)}{\partial \alpha} = 0. \quad (10)$$

여기서 구해지는 α 는 보간 커널을 최적화하며, 이웃한 화소와 상관관계가 있다는 가정아래에 최종적으로 보간되는 이웃한 화소에 적용된다. 따라서 결과 영상에서 보간된 신호는 지역적 패턴을 많이 수용하며 원 영상에 근접하는 우수한 화질을 얻을 수 있게 한다.

4. 실험 결과

본 장에서는 제안된 알고리즘의 성능 평가를 위해서 그림 1의 시스템을 구성하여 실험 환경을 구축하였다.

표 1의 실험 결과는 객관적 화질 비교를 위해 PSNR(Peak Signal to Noise Ratio) 단위로 측정하여, 표 1에서 결과 영상에 대한 PSNR 값들을 제시했다. 결과에서 제안한 알고리즘을 사용한 보간 기법이 기존의 보간 기법들보다 상대적으로 높은 값을 가져 우수한 화질을 제공함이 나타난다.

주관적 화질 비교를 위해 그림 3에서 나타나는 제안한 알고리즘을 적용하였을 경우 에지(edge)가 선명하면서 부드럽고 자연스러운 영상을 얻을 수 있었다.

본 실험을 통해 일반적으로 사용하는 알려진 선형 보간들 보다 모든 영상에 대해 높은 PSNR이 나왔으며, 영상에 동일한 매개변수를 적용한 3차 회선 보간 기법보다 결과가 우수함을 보였다.

5. 결론

본 논문에서는 3차 회선 보간 기법의 보간 커널을 원 영상과 변환된 영상 사이에 왜곡된 값이 최소가 되도록 적응적으로 최적화한다.

적응적으로 최적화된 보간 과정을 통해 보간 기법의 성능이 향상됨을 보였다. 앞선 실험결과에서 나타나듯 제안된 보간 커널을 최적화하여 적용한 적응적 3차 회선 보간 기법은 기존에 존재하던 보간 기법들보다 주관적인 화질과 객관적인 화질에서 우수한 성능이 나타남을 입증하였다.

참고 문헌

- [1] J. Shi and S. E. Reichenbach, "Image Interpolation by Two-Dimensional Parametric Cubic Convolution," *IEEE Trans. on Image Processing*, vol. 15, no. 7, pp. 1857-70, July 2006.
- [2] J. K. Han and S. U. Baek, "Parametric Cubic Convolution Scaler for Enlargement

표 1. 실험결과 PSNR 비교.

| | Lena | Pepper | Barbara |
|-------------------|-------|--------|---------|
| Bilinear | 28.85 | 29.20 | 32.28 |
| Bicubic | 28.28 | 28.63 | 31.34 |
| Cubic Convolution | 29.40 | 29.72 | 33.20 |
| Proposed | 29.56 | 29.86 | 33.47 |

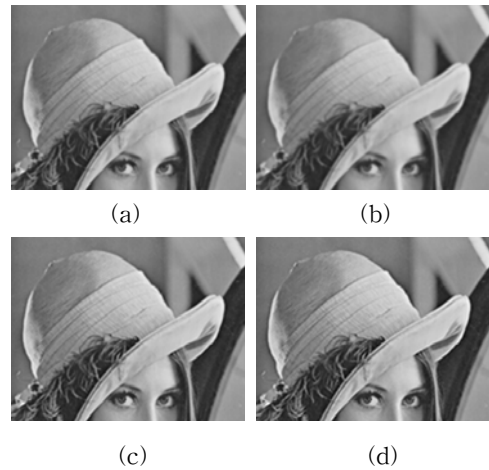


그림 3. Lena영상에 대한 주관적 화질 비교 : (a) 양선형 보간, (b) 고등 차수 보간, (c) 3차 회선 보간 기법 (d) 제안하는 보간 기법.

And Reduction of Image," *IEEE Trans. on Consumer Electronics*, vol. 46, no. 2, pp. 247-256, May 2000.

[3] T. M. Lehmann, C. Gonner, and K. Spitzer, "Survey: Interpolation methods in medical image processing", *IEEE Trans. Med. Imag.*, vol. 18, no. 11, pp. 1049-1075, Nov. 1999.

[4] E. Meijering, "A chronology of interpolation: From ancient astronomy to modern signal and image processing", *Proc. IEEE*, vol. 90, no. 3, pp. 319-342, Mar. 2002

[5] 한종기, "국지적 신호 특성에 적응하는 개선된 cubic convolution scaler," *한국통신학회 논문지*, vol. 27, no. 5A, pp. 404-413, May 2002.